# Teoría de la firma:

- Existen J firmas.
- $y_j = f_j(\ell)$ , $f_j' > 0$ , $f_j'' < 0$

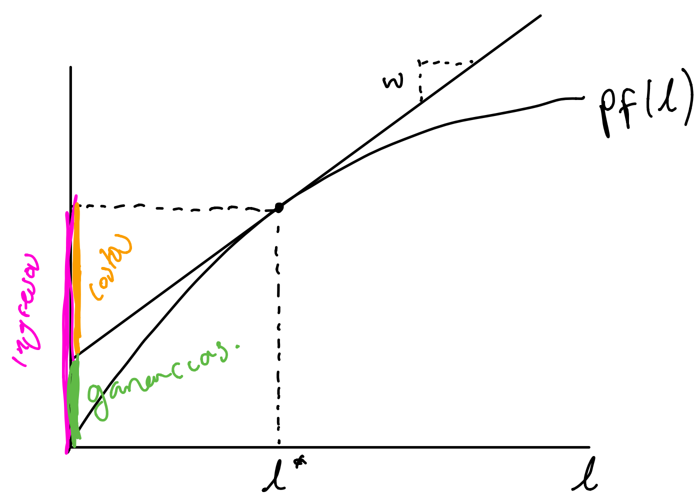
$$f_j(\ell) = A_j \ell^{1-\alpha}$$

- Problema firma: $\max_{\ell} \; p y_j - w\ell$

$$\Leftrightarrow \max_{\ell} \; A_j \ell^{1-\alpha} - w\ell$$

$$\Rightarrow \boxed{\ell^*(w,p) = \left(\frac{(1-\alpha)A_j}{w/p}\right)^{1/\alpha}}$$ → demanda laboral

Condición de optimalidad: $\boxed{p f'(\ell^*(w,p)) = w}$




Cuando no hay costos fijos y la función de producción tiene retornos decrecientes ⇒ la firma tiene ganancias positivas.

Las ganancias dependen negativamente de w.

$$\boxed{y^*(w,p) = A_j \, \ell^*(w,p)^{1-\alpha} = A_j \left(\frac{(1-\alpha)A_j}{w/p}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}$$ → oferta del bien de firma j.

$$\boxed{\begin{aligned}\pi^*(w,p) &= p\cdot y^*(w,p) - w\,\ell^*(w,p)\\ &= \alpha\, p\, y^*(w,p)\end{aligned}}$$

con cobb-douglas,

$$\pi^*(w,p) = \alpha\, p\, y^*(w,p)$$

Qué proporción de los ingresos de la firma se destina a remunerar el trabajo y qué proporción al capital?

Fracción de ingresos para remunerar al trabajo $= \dfrac{w\,\ell^*(w,p)}{p\,y^*(w,p)}$

En equilibrio, $w = p(1-\alpha)A_i\,\ell^{-\alpha}$

$$\frac{w\ell}{py} = \frac{p(1-\alpha)A_i\,\ell^{-\alpha}\cdot \ell}{p\,A_i\,\ell^{1-\alpha}} = \frac{\cancel{p}(1-\alpha)\cancel{A_i}\,\cancel{\ell^{1-\alpha}}}{\cancel{p}\cancel{A_i}\,\cancel{\ell^{1-\alpha}}} = 1-\alpha$$

$$\frac{\pi^*}{py^*} = \frac{py^* - w\ell^*}{py^*} = \frac{py^*}{py^*} - \frac{w\ell^*}{py^*} = 1-(1-\alpha) = \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{\pi^*}{py} = \alpha \iff \boxed{\pi^* = \alpha\, p y^*}$$

$\ell^*(w,p) \rightarrow$ demanda laboral

$y^*(w,p) \rightarrow$ oferta bien final

$\pi^*(w,p) \rightarrow$ ganancias

Propiedad: $\ell^*(w,p)$, $y^*(w,p)$ son homogeneas de grado 0:

$$\ell^*(w,p) = \ell^*(\phi w, \phi p)$$

$$y^*(w,p) = y^*(\phi w, \phi p).$$

$$w = p f'(\ell^*(w,p)) \longrightarrow \text{optimalidad con } (w,p)$$

$$w' = p' f'(\ell^*(w',p')) \longrightarrow \text{opt. con } (w',p')$$

$$w' = \phi w, \quad p' = \phi p$$

$$\cancel{\phi} w = \cancel{\phi} p \, f'(\ell^*(\phi w, \phi p))$$

$$w = p f'(\ell^*(\phi w, \phi p))$$

$$\Rightarrow \cancel{p} f'(\ell^*(w,p)) = \cancel{p} f'(\ell^*(\phi w, \phi p))$$

$$\Rightarrow \ell^*(w,p) = \ell^*(\phi w, \phi p) \Longrightarrow \ell^*(w,p) \text{ es homog. de grado } 0$$

$$y^*(w,p) = A_j \, \ell^*(w,p)^{1-\alpha}$$

$$y^*(\phi w, \phi p) = A_j \, \ell^*(\phi w, \phi p)^{1-\alpha} = A_j \, \ell^*(w,p)^{1-\alpha} = y^*(w,p)$$

$$\Rightarrow y^*(w,p) \text{ es homog. de grado } 0.$$

Propiedad: $\pi^*(w,p)$ es homogenea de grado 1:

$$\pi^*(\phi w, \phi p) = \phi \, \pi^*(w,p)$$

$$\pi^*(w,p) = p \, y^*(w,p) - w \, \ell^*(w,p)$$

$$\pi^*(\phi w, \phi p) = (\phi p) \, y^*(\phi w, \phi p) - (\phi w) \, \ell^*(\phi w, \phi p)$$

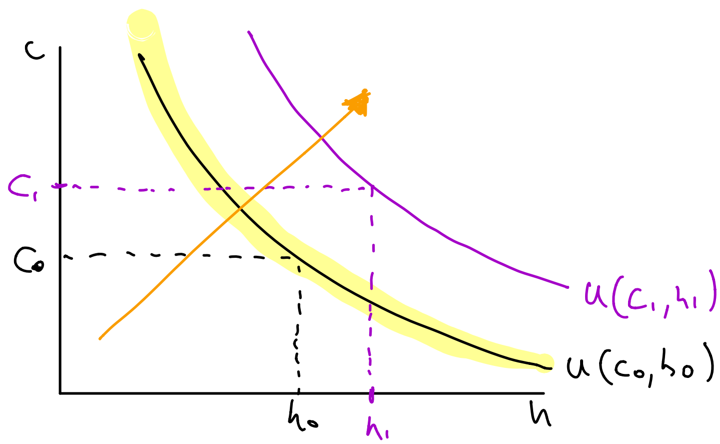
$$= \phi p \, y^*(w,p) - \phi w \, \ell^*(w,p)$$

$$= \phi \left( p \, y^*(w,p) - w \, \ell^*(w,p) \right)$$

$$\pi^*(\phi w, \phi p) = \phi \, \pi^*(w,p) \Rightarrow \pi^* \text{ son homog. de grado } 1.$$

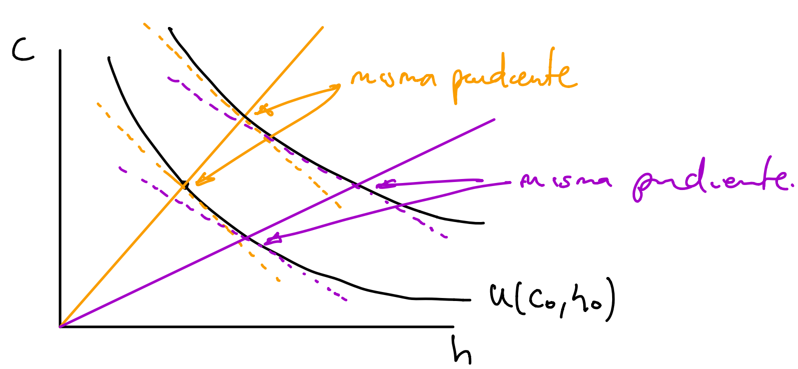
## Teoría del consumidor:

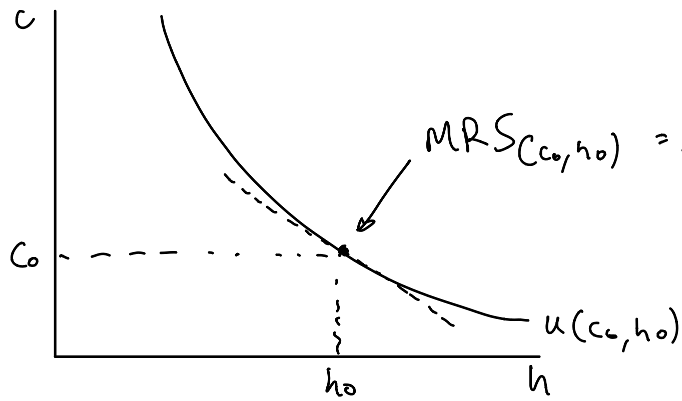
- En la economía hay $I$ individuos: $i \in \{1, \dots, I\}$.
- Hogares derivan utilidad del consumo de 2 bienes:
  - bien final: $c$
  - ocio: $h$
- Función de utilidad: $u_i(c, h)$
- $u_i$ satisface:
  - $u_i$ diferenciable
  - monótona creciente: "más es mejor".
  - cuasicóncava: las curvas de indiferencia son convexas con respecto al origen.




$$u(c_1, h_1) > u(c_0, h_0)$$

Propiedad: funciones de utilidad Cobb-Douglas y CES son homotéticas:






$$MRS_{(c_0,h_0)} = \frac{\frac{\partial u(c_0,h_0)}{\partial h}}{\frac{\partial u(c_0,h_0)}{\partial c}}$$

- Dotaciones:
  - $H_i$ horas disponibles para dedicar a:
    - ocio: $h$
    - trabajar: $n$
  - Individuo $i$ tiene $\theta_{ij}$ acciones en la firma $j$, $j \in \{1, \dots, J\}$. $0 \leq \theta_{ij} \leq 1$ $i \in \{1, \dots, I\}$, $j \in \{1, \dots, J\}$,

    $\sum_{i=1}^{I} \theta_{ij} = 1$ para $j \in \{1, \dots, J\}$.
- Ganancias de la firma $j$ $\pi_j(w,p)$ se reparten proporcionalmente. entre sus accionistas.
- Los hogares NO influyen en las decisiones de producción de la firma.

Problema del consumidor:

$\max_{c,h,n} u_i(c,h)$ sujeto a:
- $h + n = H_i$ ← restr. tiempo.
- restricción presupuestal. → $\underbrace{pc}_{\text{gasto en bien final.}} = \underbrace{wn}_{\text{ingreso laboral}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} \pi_j(w,p)}_{\text{ingresos no laborales/ ingresos de capital,}}$

Ej: si hay 2 firmas y el individuo 1 es dueño del 20% de la firma 1 y del 50% de la firma 2:

$$pc = wn + 0.2\pi_1(w,p) + 0.5\pi_2(w,p)$$ → ingreso no laboral.

• No hay ahorro porque la economía es estática.

$n = H_i - h$

$$pc = \underbrace{w(H_i - h)}_{wH_i - wh} + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij}\, \pi_j^*(w,p)$$

$$\Rightarrow \underbrace{pc + wh}_{\text{valor de mercado de la canasta de consumo del hogar}} = \underbrace{wH_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij}\, \pi_j^*(w,p)}_{\text{Riqueza: total de recursos con los que cuenta el hogar. Es independiente de las decisiones del hogar.}}$$

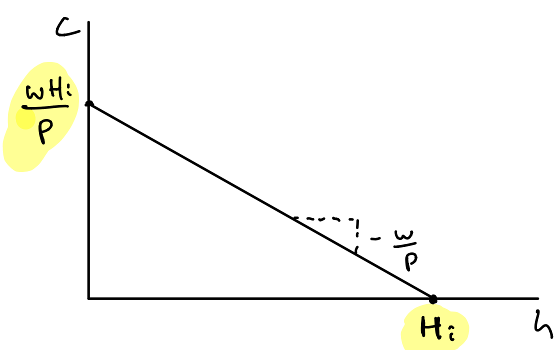
$w$: precio/costo de oportunidad del ocio.

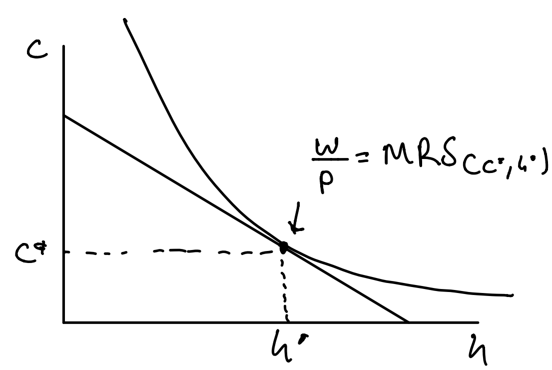
$$\max_{c,h} \; u_i(c,h) \quad \text{s.a.} \quad pc + wh = wH_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij}\, \pi_j^*(w,p)$$
$$h \leq H_i$$

Supongamos que el hogar no tiene ingresos no laborales:

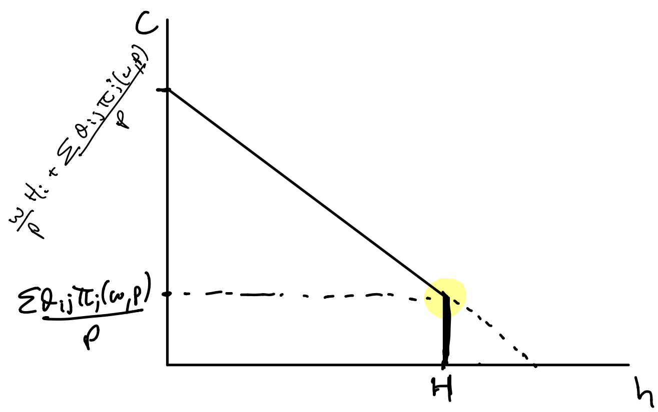
$$\sum_{j=1}^{J} \theta_{ij}\, \pi_j^*(w,p) = 0$$

$$\Rightarrow pc + wh = wH_i$$



Supongamos que $\sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} \pi_j^*(w,p) > 0$

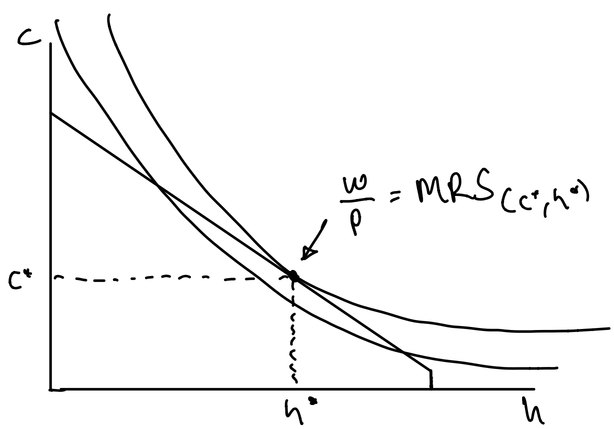


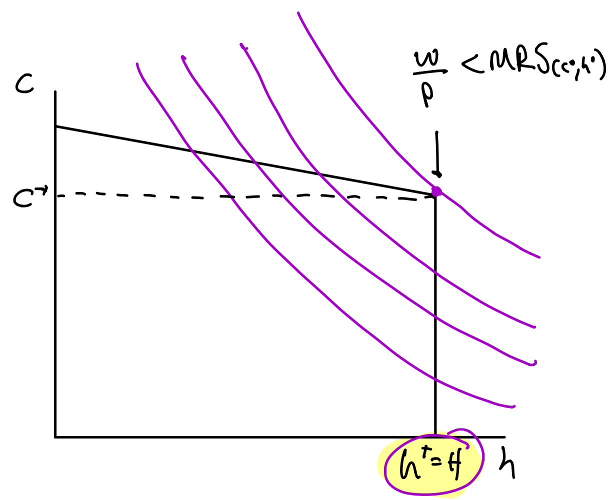

$$pc + wh = wH_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} \pi_j^*(w,p)$$

$$c = \frac{w}{p}H_i + \frac{\sum_{j=1}^{J} \theta_{ij}\pi_j^*(w,p)}{p} - \frac{w}{p}h$$

$$h = 0 \Rightarrow c = \frac{w}{p}H_i + \frac{\sum \theta_{ij}\pi_j^*(w,p)}{p}$$

$$h = H_i \Rightarrow c = \frac{\sum \theta_{ij}\pi_j^*(w,p)}{p}$$




$\Rightarrow$ No trabaja

$$\mathcal{L} = u_i(c,h) + \lambda\left[wH_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij}\pi_j^*(w,p) - pc - wh\right]$$